イラストで学ぶ制御工学

第1章 いろいろなものを制御しよう

中京大学 工学部 機械システム工学科
木野 仁

Information

- このスライドは「イラストで学ぶ制御工学」を講義で活用するために提供されているスライドです．
- 「イラストで学ぶ制御工学」をご購入頂けていない方は，必ずご購入いただいてからご利用ください．

「イラストで学ぶ制御工学（講談社）」
木野仁（著）谷口忠大（監）峰岸桃(絵)

ホイールダックとは

- ホイールダックとは，「イラストで学ぶシリーズ（講談社）」において，主人公の博士と助手が開発していく，アヒル型ロボットである．

1号　2号　@ホーム

姉妹書

- イラストで人工知能概論

ホイールダック2号の開発を通じて人工知能を学ぶ

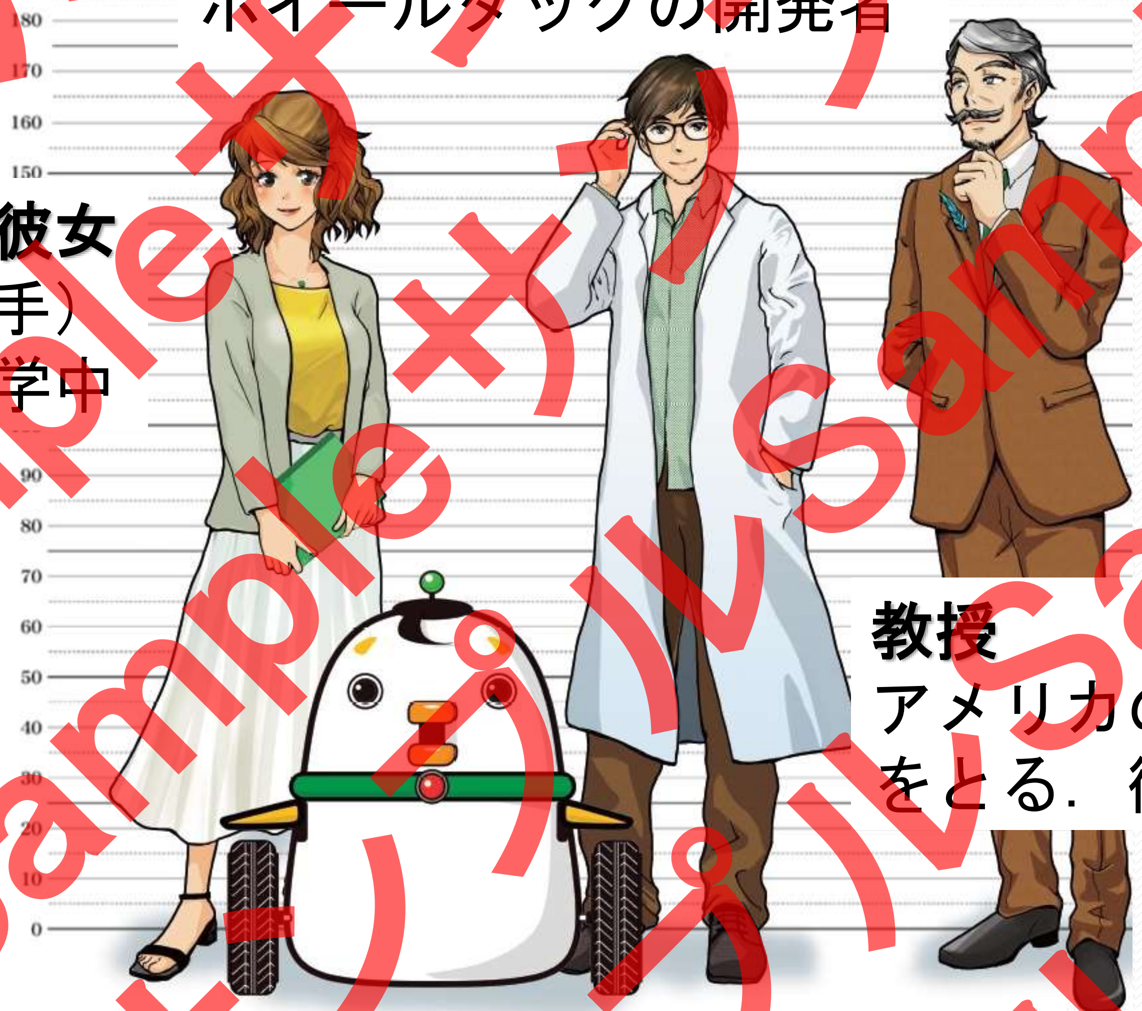
- イラストでロボット工学

ホイールダック2号アットホームの開発を通じてロボット工学を学ぶ

登場人物

博士
ホイールダックの開発者

幼馴染みの彼女
（将来の助手）
アメリカ留学中



教授
アメリカの大学で教鞭をとる．御工学が専門.

ホイールダック1号
実はペンギン型ロボット

STORY

　ロボットを作るのが夢だった．人工知能を学び博士になったけれど，働き出すと大学の日常業務に追われて，そんな夢を忘れてしまっていた．

　そんなある日のこと，自宅の布団でスヤスヤと寝ていた博士の夢の中に謎のロボットたちが現れる．二輪で立つ変なロボット，　3つのオムニホイールを持ったロボット，正面から一本の腕を生やしたロボット．それは白いアヒルみたいなペンギン型ロボットだった．

　博士は直感的に気づく．それは自分が作るべきロボットなのだと．

『ねぇ，博士！　制御工学を勉強して，僕たち──ホイールダックを作ってよ！』

　そして博士は目を覚ます．さぁ，制御工学を学ぼう！　今度こそ夢を叶えるために！

1.1 ホイールダックを通じて制御を学ぶ

- ホイールダック1号の開発を通じて，制御工学を学ぶ.
- 胴体には，軸で連結された2つの車輪が搭載される.
  モータで車輪を回転させ，胴体の移動が可能.
- 一輪車と同じで，やみくもに回転させても転倒する.
- 一輪車は解析が難しいので，同じ解析法が利用可能で容易な構造（台車型）に置き換えて解説していく.

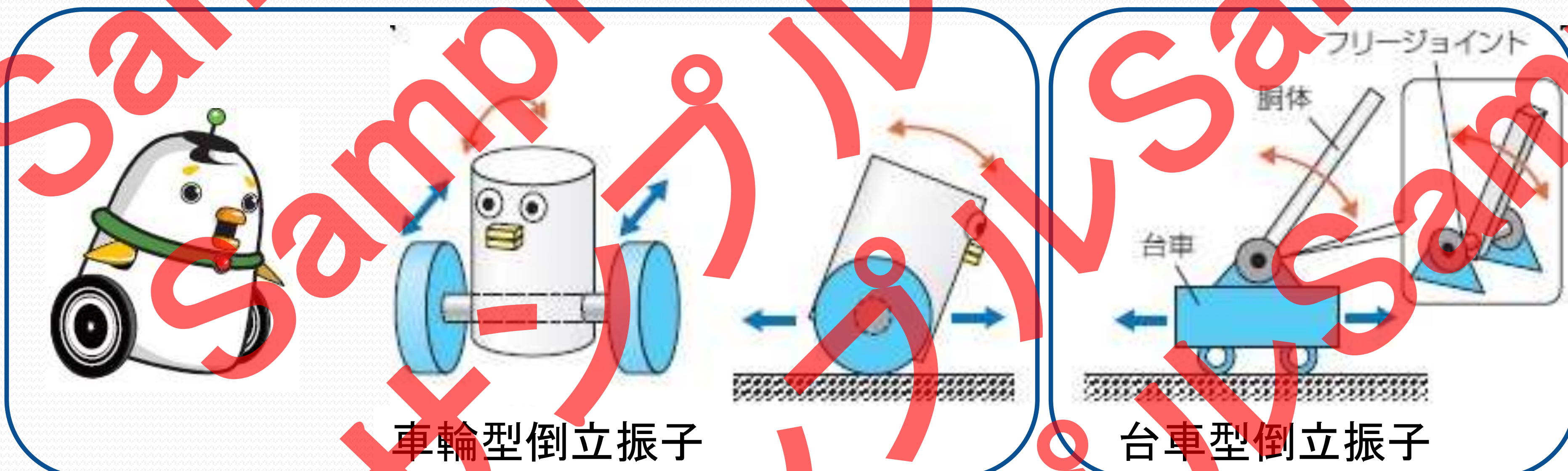
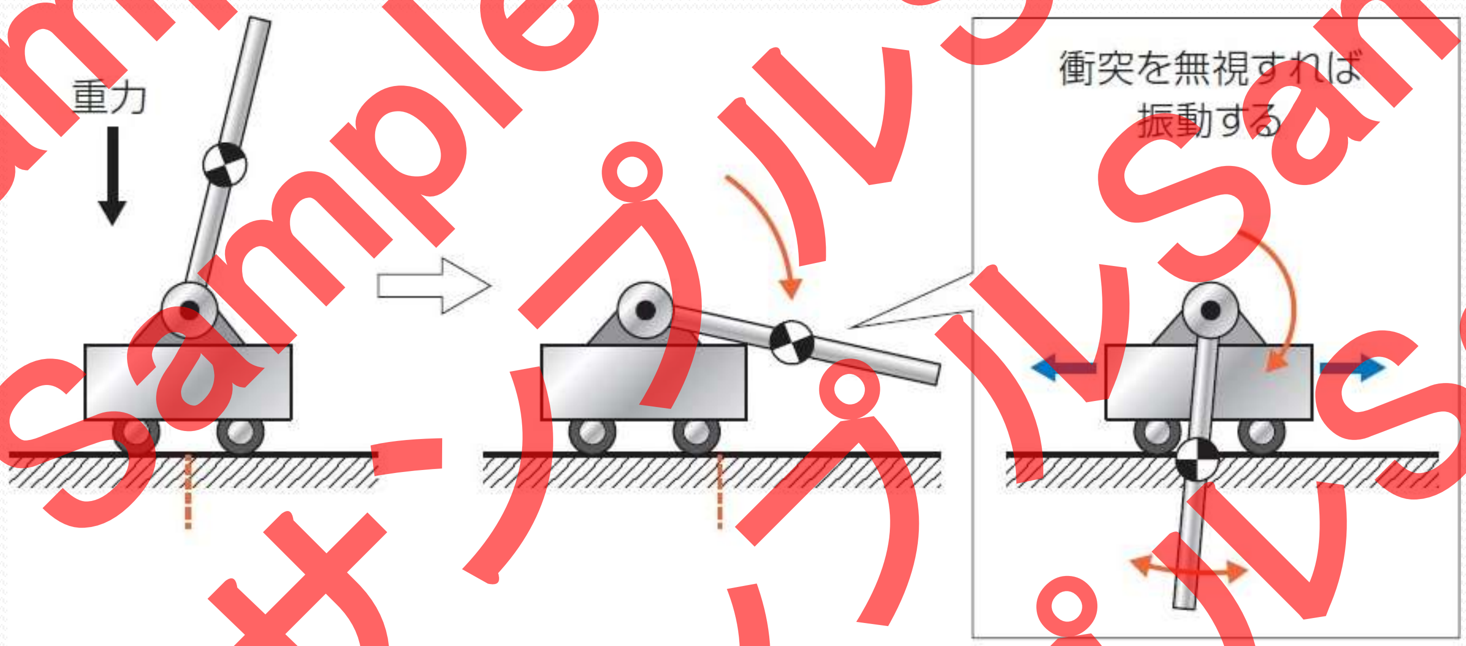


図 1.3 ホイールダック１号の簡略化したイメージ

- 最終目的はホイールダック1号の**胴体を倒れないように直立に保ちつつ，本体をある位置に移動させること**．
- 台車型では目的は上部の**胴体を直立に保ちつつ，下部の台車をある位置に移動させること**と同じ．
- 台車と胴体をつなぐのはフリージョイントのために，胴体は倒れてしまう（胴体をモータで回転できない）．



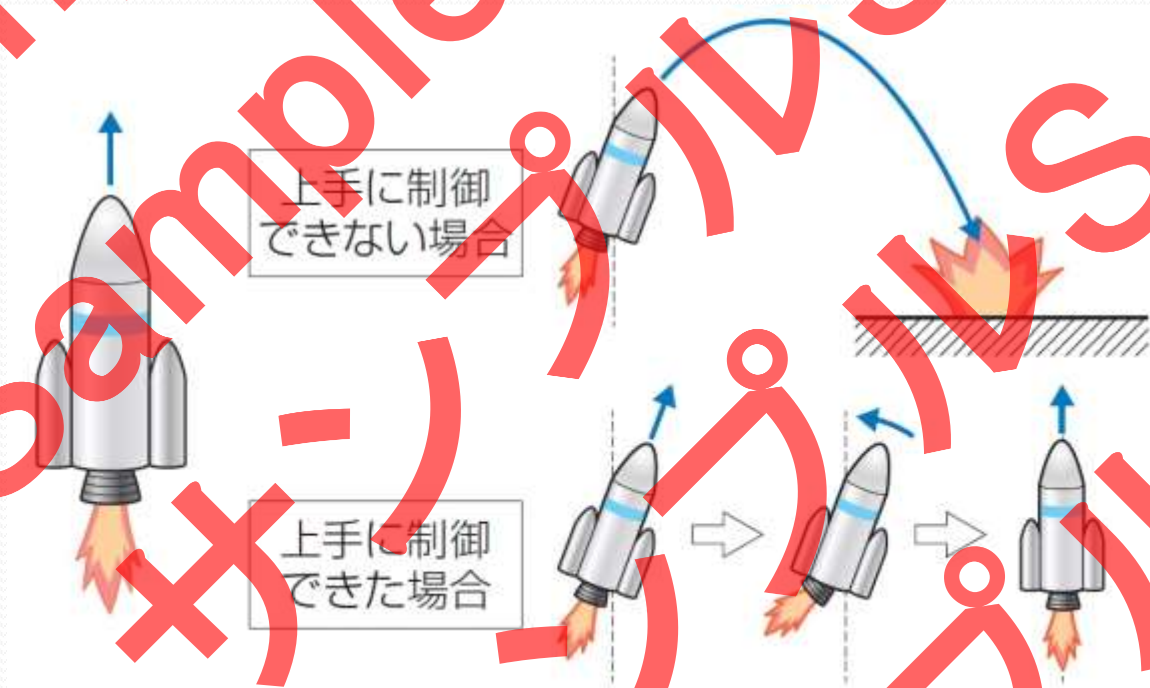
- 「台車の位置を調節して，反作用を利用して胴体を直立に制御できないか」と発想を変える．
- ホウキを逆さにして，手のひらにのせてバランスをとる遊びを想像する（ホウキ＝胴体，手＝台車）．
- ホウキの位置を変化させて，バランスをとり，ホウキを直立に保つことができる．

1.2 なぜ制御工学を学ぶ必要があるのか

- 「まとまり」や「仕組み」のことをシステム（系）という（例えばロボット，ロケット，自動車など）．
- 制御工学は，対象システムを特定の状態にコントロールするための工学分野である（制御＝コントロール）．
- システムに信号や物理量を与えたとき，入力という．結果の反応を出力という（ジュースの自動販売機をシステムと考えると，入力がお金，出力がジュース）．
- 主に機械システムを想定する．システムが同様の数式で表現できれば，他のシステムにも有用である．

図 1.6　入力と出力のイメージ

- 「ロケットの姿勢を鉛直に保ちながら上昇させる」ことを考える．風などの影響を受け，姿勢が変化する．
- 噴射ノズルの方向を上手に調節し，ロケットの進行方向を制御しないと，墜落してしまう．
- 鉛直上向きに上昇するように，姿勢をセンサ計測し，噴射ノズルの向きを調節し，ロケットを制御する．
- 制御してもその方法が間違っていると墜落してしまう．



- 与えられたシステムと目的に対し，制御方法を考えて，それを構築する行為が重要．
- この制御方法を**制御器**といい，制御器を決めることを制御器設計（制御設計）という．
- ここでは，**古典制御理論**と**現代制御理論**を扱う

制御設計の主なポイント

1. 対象システムが安定して動作する（暴走せずに制御する）．
2. 目標とする物理量との誤差をできるだけ小さくする（高精度に制御する）．
3. できるだけ，すばやく目標の物理量，もしくはその付近に収束させる（すばやく制御する）．

制御の種類	入出力の数	主な手法	本書で扱う章
古典制御	1 入力 1 出力	ラプラス変換・伝達関数	第 2～7 章
現代制御	多入力多出力	状態空間表現	第 8～14 章

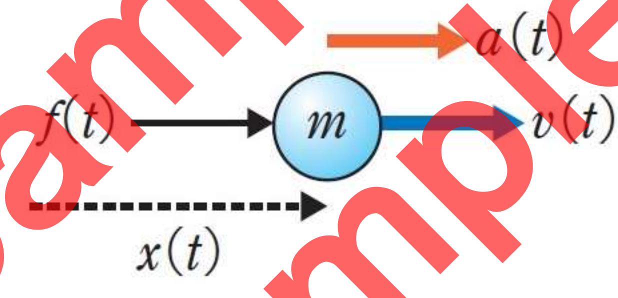
1.3 力学と時間の微積分の基礎

- 並進運動は回転を考えず，平行移動する運動のこと．このようなシステムを並進システム（並進系）という．

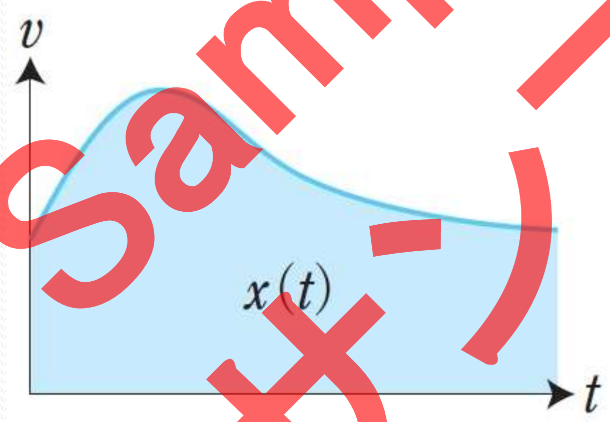
$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \qquad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

$$v(t) = \int_0^t a(\tau)\, d\tau + v_0$$

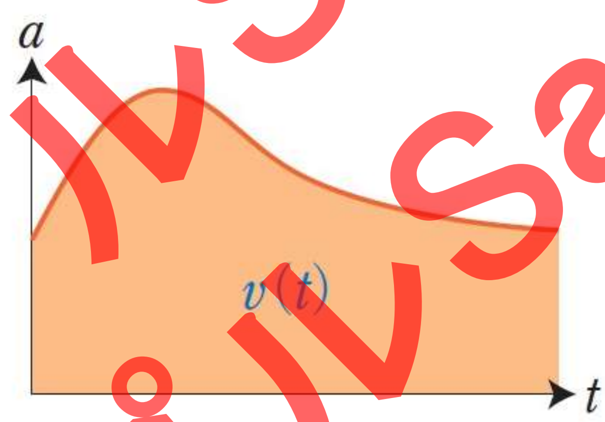
$$x(t) = \int_0^t \left(\int_0^s a(\tau)\, d\tau + v_0 \right) ds + x_0$$



(a) 並進運動



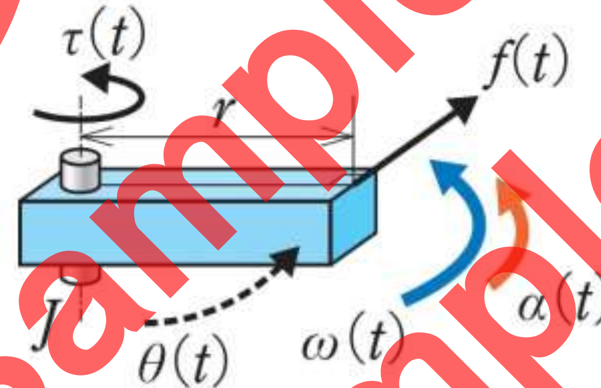
(a) 速度→距離

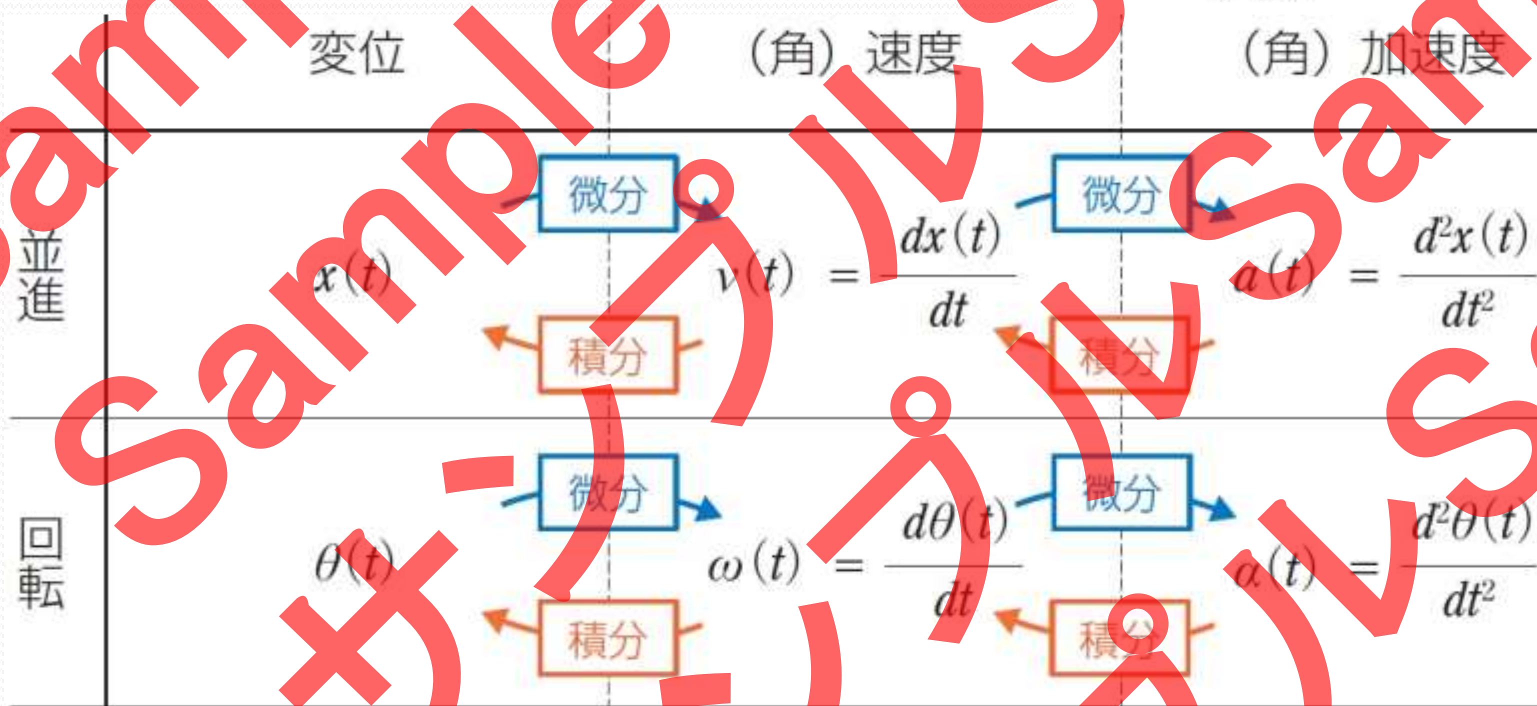


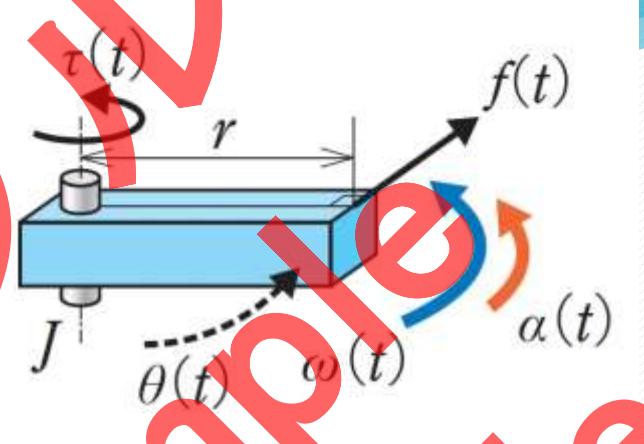
(b) 加速度→速度

- 回転運動は並進を考慮に入れず，回転のみを考慮する．このようなシステムを回転システム（回転系）という．

$$\omega(t)=\frac{d\theta(t)}{dt}\qquad \alpha(t)=\frac{d\omega(t)}{dt}=\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$







(b) 回転運動

- 回転中心から r 離れたハンドル先端に直交する力 f を受けて軸が回転し，回転角 θ が変化するき，トルク τ は以下となる．

$$\boxed{\tau = rf}$$

- トルク τ と角加速度 α の関係は，新たな物理量Jを用いて次式で表される．

$$\boxed{\tau(t) = J\alpha(t) = J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}}$$

- Jは並進運動の質量mに相当する．回転加速のしにくさを示し，慣性モーメントと呼ぶ（単位：$[\mathrm{kgm}^2]$）．
- Jの値が大きければ回転加速をしにくく，小さければ回転加速をしやすい．

- 並進運動と回転運動の間には，強い類似性が成立する．物理量は同様の形式で表現できる．
- この類似性を利用すればそれぞれの物理的な意味が理解しやすい．

表 1.2　並進と回転の力学の類似性（f と τ は一定）

変位	(角)速度	(角)加速度	(角)加速のしにくさ	力（トルク）	バネ力（バネトルク）
距離 x	$\frac{dx}{dt}$	$\frac{d^2x}{dt^2}$	m	$m\frac{d^2x}{dt^2}$	kx
角度 θ	$\frac{d\theta}{dt}$	$\frac{d^2\theta}{dt^2}$	J	$J\frac{d^2\theta}{dt^2}$	$k\theta$

変位	(角)運動量	運動エネルギ	バネエネルギ	ポテンシャルエネルギ	—
距離 x	$m\frac{dx}{dt}$	$\frac{1}{2}m(\frac{dx}{dt})^2$	$\frac{1}{2}kx^2$	fx	—
角度 θ	$J\frac{d\theta}{dt}$	$\frac{1}{2}J(\frac{d\theta}{dt})^2$	$\frac{1}{2}k\theta^2$	$\tau\theta$	—

1.4 線形微分方程式

- 以下の運動方程式のシステムを対象に解説を進める

$$b(t) + a_0 x(t) + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \ldots + a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} = 0$$

- 上式を線形微分方程式と呼ぶ．「解を求める」とは，時間tで積分などして$x(t)$を求めること．
- この形式できないものを非線形微分方程式という．

例 $$\frac{a_0}{\frac{dx(t)}{dt}} + a_1 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \frac{d^3 x(t)}{dt^3} = 0$$

- 線形微分方程式→簡単，非線形方程式→難しい
- 線形微分方程式で表現されるシステムを線形システム，そうでないものを非線形システムという．

ホイールダック１号開発の進捗

本書では，これらの基礎的な知識を拡張して，ホイールダック１号を開発していく．

まとめ

- 倒立振子の制御は高校の知識だけでは対処できない．
- 制御を行うには適切な制御設計が必要である．
- 変位を時間 t で微分することで速度（角速度），加速度（角加速度）が計算できる．また，積分することで逆計算ができる．
- 並進運動と回転運動の力学には強い類似性がある．
- 式 (1.8) で表現されるものを線形微分方程式という．