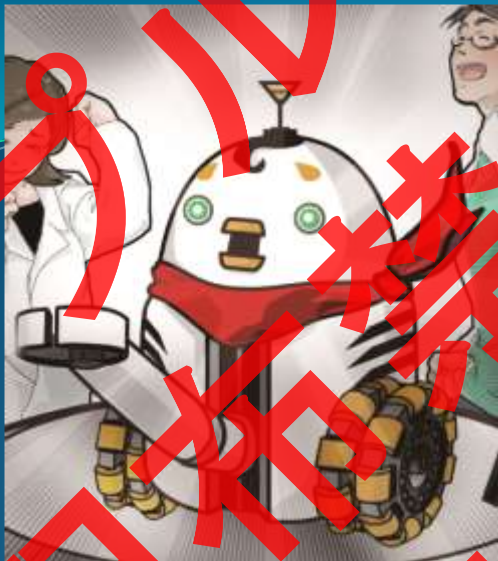


ロボット工学

第10回 力制御と作業座標系PD制御

福岡工業大学 工学部 知能機械工学科
木野 仁

Information

- このスライドは「イラストで学ぶロボット工学」を講義で活用したり，勉強会で利用したりするために提供されているスライドです．
- 「イラストで学ぶロボット工学」をご購入頂けていない方は，必ずご購入いただいてからご利用ください．

STORY 力制御と作業座標系PD制御

- 今日は日曜日．とてもいい天気．ホノカは初めてホイールダック2 号を連れて，おじいちゃんの家に行こうと思った．マンションの部屋を出てエレベータに向かうホノカとホイールダック2 号．
- そこでホノカはホイールダック2 号に新しい仕事を任せてみようと思った．「そうだ！ ダックくん，エレベータのボタン押しておいてくれる？」いたずらっぽくウィンクするホノカに言われて，エレベータのボタンを押そうと手先を動かしたホイールダック2 号．
- その瞬間．「バキバキバキババキバキバキッ！！！」エレベータのボタンは割れて潰れてしまった．

  そう，ホイールダック2 号は力加減の仕方

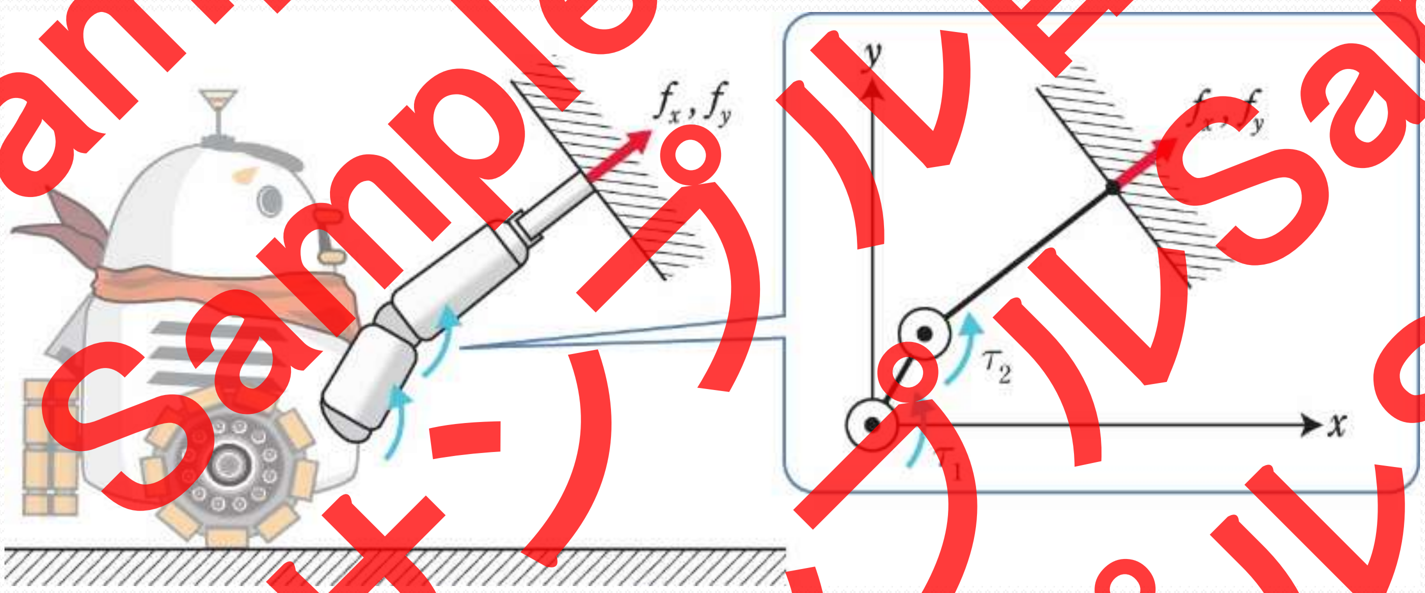
  「力制御」を知らなかったのだ．

Contents

10.1 フィードフォワードによる力制御

- マニピュレータの手先は壁に接触し，図のように壁面と直交方向に力を発生させながら，静止しているものとする．
- 関節トルクを $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2)^\top$，手先の発生力を $\boldsymbol{f} = (f_x, f_y)^\top$ とベクトル表記したとき，2つのベクトルの関係式は以下で与えられる．

$$\boxed{\boldsymbol{\tau} = J(\theta)^\top \boldsymbol{f}}$$



- $J(\theta)^\top$ はヤコビ行列の転置を意味し，以下で与えられる．

$$J(\theta)^\top = \begin{pmatrix} -L_1\sin\theta_1 - L_2\sin(\theta_1+\theta_2) & L_1\cos\theta_1 + L_2\cos(\theta_1+\theta_2) \\ -L_2\sin(\theta_1+\theta_2) & L_2\cos(\theta_1+\theta_2) \end{pmatrix}$$

- この関係式は速度関係を，仮想仕事の原理を用いて発展させることで得られる．
- $\tau = J(\theta)^\top f$ は，「関節角度θが与えられたとき，手先の発生力fを入力することで，必要な関節トルクτを計算できる」ことを意味する．
- 力制御をしたい場合には目標の手先発生力 $f_d = (f_{dx},\ f_{dy})^\top$ で壁を押したい場合には必要なトルク $\tau_d = (\tau_{d1},\ \tau_{d2})^\top$ を次式で求めることが出来る．

$$\boxed{\tau_d = J(\theta)^\top f_d}$$

- 特に直流モータを用いる場合には，入力電流と発生トルクが比例関係にあるので，力制御しやすい．

力関係式の導出

には，仮想仕事の原理を用いる．仮想仕事の原理とは「力が平衡状態となる必要十分条件は，あらゆる方向の仮想変位における仮想仕事の総和がゼロになる」という原理である．

図 10.2 において，関節トルク τ により，手先の発生力 f が生じているとする．このとき，手先の発生力 f の反力 $-f = (-f_x,\ -f_y)^\top$ が壁から手先に作用し，マニピュレータが静止していたとする．これは「関節トルク τ から生じた手先の発生力 f と，壁からの反力 $-f$ がつり合っている」状態であり，これを平衡状態という．

ここで，式 (9.6) の速度関係を思い出そう．手先速度と関節角速度の間には次式が成り立つ．

$$\frac{dx}{dt} = J(\theta)\frac{d\theta}{dt}$$

今，壁から受ける反力 $-f$ に対する仮想の運動を考え，手先位置と関節角度に微小の仮想変位が生じたとし，それぞれの仮想変位ベクトルを $\delta x = (\delta x,\ \delta y)^\top$ と $\delta\theta = (\delta\theta_1,\ \delta\theta_2)^\top$ とする．すると上式より

$$\delta x = J(\theta)\delta\theta \tag{10.6}$$

となる．ここで仮想仕事の原理より，平衡状態にある仮想変位によって生じる仮想仕事はゼロになる．仕事は変位と力（またはトルク）の

積で表されるから，次式が成立する．

$$-\delta x f_x - \delta y f_y + \delta\theta_1\tau_1 + \delta\theta_2\tau_2 = -\delta \boldsymbol{x}^\top \boldsymbol{f} + \delta\boldsymbol{\theta}^\top \boldsymbol{\tau} = 0 \tag{10.7}$$

次に式 (10.6) を式 (10.7) に代入すると

$$-\delta\boldsymbol{\theta}^\top \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta})^\top \boldsymbol{f} + \delta\boldsymbol{\theta}^\top \boldsymbol{\tau} = -\delta\boldsymbol{\theta}^\top (\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta})^\top \boldsymbol{f} - \boldsymbol{\tau}) = 0 \tag{10.8}$$

を得る．仮想仕事の原理より式 (10.8) が常に成立することから，常に $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta})^\top \boldsymbol{f} - \boldsymbol{\tau} = 0$ が成立し，結果的に式 (10.1) が成立する[1]．

10.2 フィードバック型の力制御

- フィードフォワード型の力制御では，実際には摩擦などの影響で，高精度に目標の力を発生できない場合も多い．
- より高い精度の力制御を行いたい場合には，手先部分に力センサを設置し，実際の手先の発生力を計測し，それをフィードバックする「フィードバック型の力制御」を用いる．

$$\tau = J(\theta)^{\top}\left(f_d + \underbrace{K_f}_{\text{ゲイン行列}}(f_d - f)\right)$$

センサよりリアルタム計測

- 一般に力センサはノイズが生じやすく，力フィードバックを用いた力制御では，ノイズの影響などから動作が不安定になる傾向にある．実際のマニピュレータに実装する場合には，暴走時の安全対策などを考慮することが望ましい．

Contents

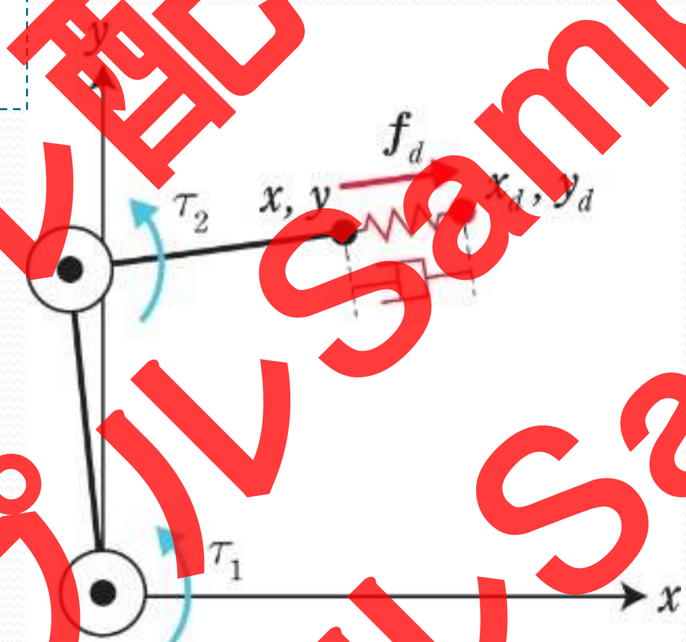
- 10.1 ロボットの力制御
- 10.2 作業座標系PD制御

- 逆運動学が困難な場合には，計算が容易な順運動学から得られた力の関係式を活用した位置制御法が利用可能である．
- 力制御で想定した壁を取り払い，目標の手先位置 から現在の手先位置 まで仮想的にバネとダンパを取り付ける．このバネ・ダンパを発生する力 f をヤコビ転置行列 $J(\theta)^\top$ を介して，関節トルク$\boldsymbol{\tau}$として与える．

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{K_p}(\boldsymbol{x_d} - \boldsymbol{x}(t)) - \boldsymbol{K_v}\dot{\boldsymbol{x}}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta})^\top \boldsymbol{f}$$

$$\boldsymbol{K_p} = \begin{pmatrix} K_{px} & 0 \\ 0 & K_{py} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{K_v} = \begin{pmatrix} K_{vx} & 0 \\ 0 & K_{vy} \end{pmatrix}$$

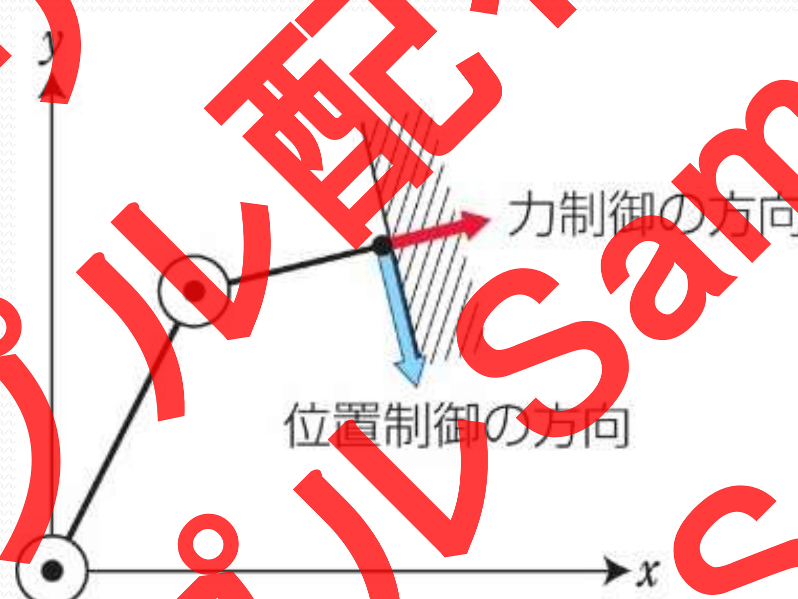


- 「手先に仮想的に接続されたバネ・ダンパによって生じる力を実現する関節トルク」を与えることで，手先位置が目標手先位置に収束する．

$$\tau = J(\theta)^\top (K_p(x_d - x(t)) - K_v \dot{x})$$

- この制御法を作業座標系PD制御や手先座標系PD制御などと呼ぶ．
- 手先位置，手先速度は関節角度センサから順運動学や速度関係を介して計測できる．あるいはカメラなどから直接計測することも出来る．

- 力制御と作業座標系PD 制御を組み合わせ，同時に行うのが位置と力のハイブリッド制御である．ポイントは力制御と位置制御の方向を直交させることである．



章末問題

② 2リンク2関節マニピュレータの手先速度と関節角速度の関係式から仮想仕事の原理を用いて，手先の発生力と関節トルクの関係を導け．

③ 本章で説明した2リンク2関節マニピュレータにおいて，リンクの長さを $L_1 = 0.5$ [m]，$L_2 = 1.2$ [m] とした場合，関節角度が $\theta_1 = \pi/3$ [rad]，$\theta_2 = \pi/2$ [rad] であった．このときのヤコビ行列の転置を求めよ．

第10章のまとめ

まとめ

- 手先の発生力と関節トルクの関係は，ヤコビ行列の転置を介して関係付けられる．
- ヤコビ行列の転置を利用した関係を用いることで，手先の発生力の力制御ができる．
- 力制御を拡張し，手先位置に仮想バネ・ダンパを考えることで，作業座標系 PD 制御による位置制御ができる．